Oscillations du système balancier-spiral idéal

Oscillations libres

Données du problème

Fréquence propre, période et pulsation propre de l'oscillateur

$f := 14400 \cdot h^{-1}$ $f = 4\,Hz$ $T := \frac{1}{f}$ $T = 0.25\,s$ $\omega_0 := 2 \cdot \pi \cdot f$ $\omega_0 = 25.133\,s^{-1}$

Conditions initiales

Position initiale $\theta_0 := 180 \cdot deg$ Vitesse initiale $v_0 := 90 \cdot rad \cdot s^{-1}$

Equation différentielle, graphe du mouvement et orbite

Système différentiel

$\theta' = v$

$v' + (\omega_0)^2\, \theta = 0$

Solution analytique

Amplitude $\theta_{max} := \sqrt{\theta_0^{\,2} + \left(\frac{v_0}{\omega_0}\right)^2}$ $\theta_{max} = 272.941\,deg$ Phase $\varphi_0 := \arctan\left(\frac{v_0}{\omega_0 \cdot \theta_0}\right)$

Evolution temporelle $\theta(t) := \theta_{max} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t - \varphi_0)$ $v(t) := -\omega_0 \cdot \theta_{max} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t - \varphi_0)$

Durée d'observation (nombre de périodes): $nb\_p := 4$ $T_t := nb\_p \cdot T$ $n := 32 \cdot nb\_p - 1$ $t := 0, \frac{T_t}{n} .. T_t$

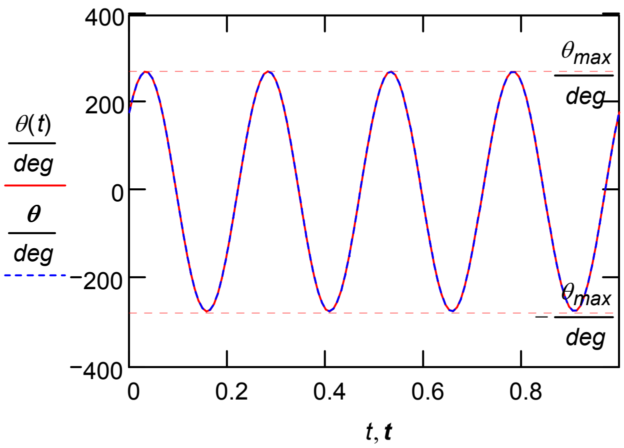
Solution numérique

$\omega_0 := \omega_0 \cdot s$

$\mathbf{q} := \begin{pmatrix} \theta_0 \\ v_0 \cdot s \end{pmatrix}$ $\mathbf{D}(t, q) := \begin{pmatrix} q_1 \\ -\omega_0^{\,2} \cdot q_0 \end{pmatrix}$ $i := 0 .. n$ $\mathbf{Z} := rkfixe(\mathbf{q}, 0, T_t \cdot s^{-1}, n, \mathbf{D})$

$\mathbf{t} := \mathbf{Z}^{\langle 0 \rangle}$ $\boldsymbol{\theta} := \mathbf{Z}^{\langle 1 \rangle}$ $\mathbf{v} := \mathbf{Z}^{\langle 2 \rangle}$

Graphe du mouvement



Orbite